Theoret. Chim. Acta (Berl.) 39, 313–320 (1975)

Die longitudinale Widerstandsänderung im Magnetfeld

Kyu-Myung Chung

Institut für Physikalische Chemie der Universität Frankfurt am Main

Eingegangen am 2. Juli 1975

The Longitudinal Change of Resistance by Magnetic Fields

With the aid of an improved wave function that exactly describes the motion of an electron in parallel uniform $\vec{E}$ and $\vec{B}$ fields and by using a modified statistical operator, the reaction of the uncoupled electron-phonon system to the perturbing electron-phonon interaction is expressed according to the linear response theory. As in the transversal case the final result contains only observables and is free from any adjustable parameters. For strong magnetic fields a closed expression for the final result is obtained. The magnetic effect on the change of resistance is more dominant in the transversal case than in the longitudinal case. A comparison with experiment is made for Cd at 78 °K in the range 200 ~ 300 kG and agrees reasonably well.

Key words: Resistance, electrical

1. Einleitung

Der elektrische Widerstand eines stromdurchflossenen Leiters wird erfahrungsgemäß erhöht, wenn man den Leiter in ein homogenes Magnetfeld bringt. Die magnetische Wirkung auf den Widerstand hängt von der relativen Orientierung der beteiligten Felder ab. Die Bewegung eines Elektrons in einem elektrischen und einem dazu parallelen magnetischen Feld unterscheidet sich von der in senkrecht gekreuzten Feldern wesentlich. Die Elektronen befinden sich im zweiten Fall bereits ohne Elektron-Phonon Wechselwirkung in stationären Zuständen, nicht dagegen im ersten Fall wegen der Beschleunigung im elektrischen Feld. Daher lassen sich die Komponenten des Leitfähigkeitstensors im zweiten Fall ohne Einführung der Relaxationszeit nach dem Kubo-Formalismus berechnen [1]. Dagegen werden die Elektronenzustände bei parallelen Feldern erst durch die Elektron-Phonon Wechselwirkung zum thermischen Gleichgewicht relaxiert. Zur Berechnung der Stromdichte in parallelen Feldern verwenden wir einen modifizierten statistischen Operator. Mit diesem modifizierten statistischen Operator läßt sich der nichtstationäre Vorgang der magnetischen Widerstandsänderung in parallelen Feldern nach der linearen Response-Theorie behandeln. Die Bedingung für den Extremwert des Stromes liefert uns dann einen Ausdruck für die Relaxationszeit, die von den Magnetfeldern und von den Temperaturen abhängig ist. Diese läßt sich mit der gewöhnlichen Relaxationszeit identifizieren, die als reziproke Übergangswahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung des Pauli-Prinzips definiert ist.

Anschließend diskutieren wir an Hand der Formel für die longitudinale Widerstandsänderung, wobei sich für starke Magnetfelder ein geschlossener Ausdruck ergibt, das Verhalten der relativen Widerstandsänderung für wachsende Magnetfelder.

2. Wellenfunktion für die Bewegung eines Gitterelektrons in parallelen Feldern ($\vec{E}$ und $\vec{B}$)

Die Bewegung eines Gitterelektrons in parallelen Feldern läßt sich als ein gekoppeltes Elektron-Phonon System auffassen und der Hamiltonoperator für das System lautet dann mit dem Vektorpotential $\vec{A}=\vec{B}/2\times\vec{r}$ und dem Skalarpotential $\Phi=-\vec{E}\cdot\vec{r}$ ($\vec{E}$ und $\vec{B}$ in z-Richtung):

$$H=H_e+H_{ph}+H_{e-ph}$$

$$H_e=\left(\vec{p}-\frac{e}{c}\vec{A}\right)^2\Big/2m+e\Phi+V_G, \tag{1}$$

wobei V_G, H_{ph} und H_{e-ph} jeweils das periodische Gitterpotential, den Hamiltonoperator für die Gitterschwingung in harmonischer Näherung und die Elektron-Phonon Wechselwirkung bezeichnen. Mit denselben Symbolen und Bedeutungen wie in [1] S.164 für die Formel (12) lautet die Elektron-Phonon Wechselwirkung:

$$H_{e-ph}=\lim_{\zeta\to 0}\sum \mathrm{e}^{\zeta t}C(q)\,\mathrm{e}^{i(q\cdot r-\omega_q t)} \tag{2}$$

mit $C(q)=i\vec{q}D\sqrt{\hbar/2\delta|\omega_q|}$.

Für die Bewegung eines Leitungselektrons ist das periodische Gitterpotential eine kleine Störung. Die Wellenfunktionen im Falle paralleler Felder, die die beiden Felder exakt berücksichtigen, erhalten wir dann durch:

1. Die zeitabhängige Koordinaten-Transformation $\vec{r}'=\vec{r}-\vec{a}t^2/2$ mit $\vec{a}=e\vec{E}/c$, die als kanonische Transformation $r'=r'(r,t)$ aufgefasst wird,
2. Die Rücktransformation der Wellenfunktion vom bewegten Koordinaten S'-System in das ruhende S-System.

Ein konstantes Feld $\vec{E}$ wird durch die kanonische Transformation $r'=r'(r,t)$ forttransformiert und die Hamiltonfunktion im S'-System ist die einer kräftfreien Bewegung im homogenen Magnetfeld. Da die Eigenvektoren $|r\rangle$ infolge der speziellen Koordinaten-Transformation $r'=r'(r,t)$ zugleich die Eigenvektoren des neuen Ortsoperators r'_{Op} sind und wegen der Normierung die Eigenvektoren $|r\rangle$ und $|r'\rangle$ sich nur um einen Phasenfaktor unterscheiden können, wird die Rücktransformationsformel einfacher bestimmt als

$$\psi(\vec{r},t)=\exp\left\{\frac{i}{\hbar}\left[(e\vec{E},\vec{r})-\frac{1}{6}\frac{e^2}{m}\vec{E}^2t^2\right]t\right\}\hat{\psi}(\vec{r}',t) \tag{3}$$

Benutzen wir als Wellenfunktion im S'-System die Schraubenfunktion, so erhalten wir nach der Formel (3) eine Wellenfunktion im S-System, die normierbar ist und beide Felder exakt berücksichtigt. Sie lautet mit denselben Symbolen wie in [1] (S.160 Gl.(2)) und $k(t)=k_z+e\vec{E}t/\hbar$

$$\psi_{N,k(t),k\perp}(r,t)=\sqrt{\frac{\beta}{2\pi}\left(\frac{\beta}{2}\right)^N\frac{1}{N!}\frac{1}{L_z}}\exp i\cdot k(t)\cdot z+\frac{ie}{\hbar c}(\vec{A}(\vec{r}_M),\vec{r}_\perp)$$
$$\cdot\exp-\frac{\beta}{4}(\vec{r}_\perp-\vec{r}_M)^2|\vec{r}_\perp-\vec{r}_M|^N\exp-iN\phi \tag{4}$$
$$\cdot\exp-\frac{i}{\hbar}\int_0^t\left\{\left(N+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c+\frac{\hbar^2}{2m}k^2(\zeta)\right\}d\zeta$$

Die Funktion gehört zur Energie $E=(N+1/2)\hbar\omega_c+(\hbar k_z+e\vec{E}t)^2/2m$, zum Impuls $\hbar k_z$ in Feldrichtung und zur Geschwindigkeit $(\hbar k_z+e\vec{E}t)/m$.

Als Basiswellenfunktion für die weitere Behandlung des Problems werden wir die Blochsche Summe benutzen, die mit den um einen Gittervektor $\vec{r}_g$ versetzten Schraubenfunktionen gebildet ist. Wir berücksichtigen die Gittersymmetrie und die Energieänderung durch das periodische Gitterpotential bei Behandlung des Problems, dagegen wird dessen Einfluß auf die Deformation der Wellenfunktion nicht berücksichtigt. Wir interessieren uns ja für das Verhalten der magnetischen Widerstandsänderung für starke Magnetfelder und die Deformation der Wellenfunktion durch das periodische Gitterpotential ist dann klein gegen den magnetischen Effekt. Bezeichnen wir die Kennzahlen der Zustände zusammengefasst mit $v(t)=\{N, k(t), k_\perp=2e/\hbar c\cdot(\vec{B}/2\times\vec{r}_M)\}$, so läßt sich die Blochsche Summe ausdrücken als

$$\psi_{v(t)}(\vec{r},t)\equiv\langle r|v(t);t\rangle$$
$$=\sum_{g_1g_2}\exp i(\vec{k}_\perp,\vec{r}_g)\,\psi_{v(t)}(\vec{r}-\vec{r}_g)\cdot\exp-\frac{i}{\hbar}\int_0^t E(\zeta)\,d\zeta^1 \tag{5}$$

wobei $E(t)$ jetzt den periodischen Gitterpotentialbeitrag zur Energie $V_\perp(N)$ enthält:

$$E(t)=(N+1/2)\hbar\omega_c+(\hbar k_z+e\vec{E}t)^2/2m+V_\perp(n) \tag{6}$$

3. Modifizierter statistische Operator

Zur Behandlung des instationären Vorgangs konstruieren wir einen statistischen Operator derart, daß er für Beschreibung der instationären Zustände des ungekoppelten Elektron-Phonon Systems mit dem Hamiltonoperator $\overline{H}_0=H_e+H_{ph}$ geeignet ist. Die Nichtstationarität der Zustände rührt allein daher, daß ein Elektron im Feld beschleunigt wird. Wir nehmen daher an, daß das elektrische Feld zur Zeit $t=0$ eingeschaltet wird. Vor dem Einschalten des Feldes (also zu Zeiten $t<0$) befand sich das ungekoppelte System im thermischen Gleichgewicht

[1] Die in [1] S163 Gl.(7) aufgetretenen Symbolen $k_\perp$ und r_M sind die Entartungsquantenzahlen und drücken denselben Inhalt aus. In Gl.(5) werden sie nur mit $k_\perp$ ausgedrückt. Diese Eigenfunktionen bilden im strengen Sinne nicht ein Orthogonal-System, sondern ein Quasi-Orthogonal System. Die geringe Überlappung der Wellenfunktionen (5) bei niedrigen Landau-Quantenzahl N und bei schwachen Magnetfeldern wird sich für höhere N und starke Magnetfelder schnell aufheben.

und dessen Zustandsbesetzungsgewichte sind mit der Anzahldichte der Zustände Z_ν in dE und der Fermigrenzenergie ζ gegeben als Produkt der Fermi- und Bose-Verteilungsfunktionen:

$$W(m(0), N_q) = f((E(0) - \zeta)/k_B T) \cdot \bar{N}_q \tag{7}$$

mit $f(X) = Z_\nu(e^X + 1)^{-1}$ und $\bar{N}_q = (e^{\hbar\omega_q/k_B T} - 1)^{-1}$.
Was sich im Lauf der Zeit nach Einschalten des Feldes ändert, sind nicht die Zustandsbesetzungsgewichte, sondern die Zustände, solange man keine Relaxationsprozesse berücksichtigt. Nach dieser Vorstellung des physikalischen Vorganges läßt sich der modifizierte statistische Operator mit den Anfangsbesetzungsgewichten (7) und den instationären Zustandsvektoren des ungekoppelten Systemes $|m(t)\rangle$ ausdrücken als

$$\rho_0 = \sum_m |m(t)\rangle W(m) \langle m(t)| \tag{8}$$

4. Neumannsche Mittelwerte der Stromdichte

Entsprechend der Definition der Stromdichte $j = he/i2mV\{\psi^* \nabla_z \psi - (\nabla_z \psi^*)\psi\}$ läßt sich der Stromdichteoperator j_{Op} mit den Zustandsvektoren $|n, t\rangle$ des gekoppelten Systems $H = \bar{H}_0 + H_{e-ph}$ ausdrücken als

$$j_{\mathrm{Op}} = \hbar e / i2mV \{\langle n, t|\nabla_z|n, t\rangle 1_{OP} - (\nabla_z \langle n, t|)|n, t\rangle\} \tag{9}$$

Die Symbole n, V und 1_{OP} bezeichnen die Zusammenfassung der Kennzahlen der Zustände des gekoppelten Systems, das Periodenvolum des Gitters und den Einheitsoperator.

Linearisieren wir den Stromdichteoperator j_{Op} in Bezug auf die Elektron-Phonon Wechselwirkung H_{e-ph} und stellen ihn im Wechselwirkungsbild $j_{\mathrm{Op}}(t) = e^{i\bar{H}_0 t/\hbar} j_{\mathrm{Op}}(0)\, e^{-i\bar{H}_0 t/\hbar}$ dar, so ergibt er sich mit Hilfe der Orthogonalität der Zustandsvektoren $|m\rangle$[2] und der Bewegungsgleichung $i\hbar\, d/dt\, j_{\mathrm{Op}}(t) = [j_{\mathrm{Op}}(t), \bar{H}_0] + i\hbar\, \partial/\partial t\, j_{\mathrm{Op}}(t)$ zu

$$\begin{aligned} j_{\mathrm{Op}}(t) &= j_{0,\mathrm{Op}}(t) + j_{1,\mathrm{Op}}(t) \\ j_{0,\mathrm{Op}}(t) &= e/mV(k_z + e\vec{E}t) 1_{\mathrm{Op}} \\ j_{1,\mathrm{Op}}(t) &= -e^2\vec{E}/2mV \int_0^t \left\{ |m\rangle\langle m|\, H_{e-ph}(t) \frac{1}{E_m - \bar{H}_0 - i\hbar\zeta} + c, c \right\} dt \end{aligned} \tag{10}$$

Zur Berechnung der Neumannschen Mittelwerte benutzen wir die Kubo-Methode mit dem Durch H_{e-ph} gestörten statistischen Operator (8) in erster Näherung. Die Kubo-Methode [2] ergibt dann als Mittelwert der Stromdichte für den Operator (10):

$$\langle j_{\mathrm{Op}}(t)\rangle = \langle j_{0,\mathrm{Op}}(t)\rangle_0 + (1/i\hbar) \int_{-\infty}^{t} d\tau \langle [j_{1,\mathrm{Op}}(t), H_{e-ph}(\tau)]\rangle \tag{11}$$

---

[2] $|m\rangle = |N, k_z, k_\perp; N_q\rangle$ bezeichnet den Zustandsvektor des ungekoppelten Elektron-Phonon System im Magnetfeld allein.

Die eckige Klammer bedeutet die Mittlung über eine groß-kanonische Gesamtheit, die sich als die wahrscheinlichste Verteilung bei gegebener Teilchenzahl und gegebener Gesamtenergie für das ungekoppelten System durch die Besetzungsgewicht $W(m)$ (7) ausdrücken läßt. In Spektraldarstellung [3] lautet der Neumannsche Mittelwert (11) mit den Abkürzungen für Elektronendichte $n_e = V^{-1}\sum_\nu W(\nu)$, Differenzen der Besetzungsgewichte W_{lm} und dem als reziproke Relaxationszeit interpretierten Ausdruck

$$\tau^{-1}(\vec{B}, T) \equiv \frac{1}{n_e V} \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \sum_m \sum_l \sum_{\vec{q}} |\langle m| \, H_{e-ph}(\vec{q}) \, |l\rangle|^2 \, W_{lm} \delta(E_{ml})$$

$$\langle j_{\mathrm{Op}}(t)\rangle = n_e e^2 \vec{E}/m\{t - t^2/4\tau(B, T)\} \tag{12}$$

Der durch die Elektron-Phonon Wechselwirkung ungestörte Strom wird durch den ersten Terme in (12) dargestellt und er zeigt das Verhalten eines freien Elektrons im Feld und ist zeitlich unbegrenzt. Der Gesamtstrom erreicht dagegen durch den Relaxationsmechanismus der Wechselwirkung H_{e-ph} ein Maximum zur Zeit $t = 2\tau(B, T)$, die von der Bedingung für den Extremwert des Stromes $d/dt\langle j_{\mathrm{Op}}(t)\rangle = 0$ bestimmt wird. Der Gültigkeitsbereich der Strom-Zeit Kurve der Formel (12) ist $0 < t < 2\tau(B, T)$. Denn die Ansätze der Diracschen Störungstheorie gelten für den Bereich $t > 2\tau(B, T)$ wegen Auseinanderfallens der Anfangszustände nicht mehr. Wir nehmen dabei an, daß der Strom ab der Zeit $t = 2\tau(B \cdot T)$ stationär ist. Obwohl diese Annahme sehr kühn sein mag, ergibt der Neumannsche Mittelwert (12) für $t = 2\tau(B, T)$ das für schwaches Feld $\vec{E}$ geltende Ohmsche Gesetz in der Drudeschen Form

$$\langle j_{\mathrm{Op}}(t)\rangle = n_e e^2 \tau(B, T)\vec{E}/m, \tag{13}$$

entsprechend einer elektrischen Leitfähigkeit

$$\sigma_{zz}(B, T) = n_e e^2 \tau(B, T)/m. \tag{14}$$

5. Die longitudinale Widerstandsänderung bei tiefen Temperaturen

Der longitudinale Widerstand $\rho_l = \sigma_{zz}^{-1}$ ist gegeben durch

$$\begin{aligned} \rho_l(\vec{B}, T) &= m/n_e e^2 \tau(\vec{B}, T) \\ &= \frac{m}{n_e^2 e^2} \frac{2\pi}{\hbar} V^{-1} \sum_m \sum_l \sum_{\vec{q}} |\langle m| \, H_{e-ph}(\vec{q}) \, |l\rangle|^2 \, W_{lm} \delta(E_{ml}) \end{aligned} \tag{15}$$

Der Grenzübergang zu verschwindendem Magnetfeld läßt sich hier ebenso wie bei dem Problem der transversalen Widerstandsänderung durchführen. Dabei benutzen wir die Eigenschaft der Schraubenfunktion, die in [1] S.171 unter der Formel (28) genauer beschrieben ist. Der Grenzwert des ρ_l geht nach Ausführung der Summe über die Kennzahlen der Zustände und $\vec{q}$ in die Bloch-Grüneisen Formel für Widerstand [4] über:

$$\rho_l(0, T) = A_0(T/\theta_D)^5 \int_0^{\theta_D/T} \xi^5((e^\xi - 1)(1 - e^{-\xi}))^{-1} d\xi, \tag{16}$$

die die bekannte T^5-Abhängigkeit widergibt. Dabei ist die reduzierte Phonon-Energie $\hbar\omega_q/k_BT$, θ_D die Debye-Temperatur und Λ_0 die Abkürzung für $\Lambda_0 = D^2m^3(k_B\theta_D)^5\varphi(\tilde{E}_\perp/\zeta)/284\pi^3n_e^2e^2\hbar^7\delta c_l^4\zeta^2$ mit $\varphi(\tilde{E}_\perp/\zeta) = \int_0^{E_\perp/\zeta}(1-x)^{-3}dx$.
Zur weiteren Auswertung von $\rho_l(\vec{B}, T)$ in (15) ersetzen wir die Summation über die dicht liegenden $\vec{r}_M$, k_z und $\vec{q}$ durch Integrale. Das Quadrat des Matrixelementes in ρ_l läßt sich berechnen und es wird

$$|\langle m|\, H_{e-ph}(q)\, |l\rangle|^2 = D^2\hbar|q|2\delta c_l\cdot(\bar{N}_q+1)n!/(n+\alpha)!e^{-2u}u^\alpha(L_n^\alpha(u))^2 \tag{17}$$

mit $\alpha = n - n'$ und $u = q_\perp{}^2/8\beta$.
Ferner ist das k_z-Integral mit der Abkürzung für die Differenz der Fermi-Verteilungsfunktionen $K_{n',n} = f(X-\xi/2) - f(X+\xi/2)$ gegeben durch

$$\int_{-\infty}^{\infty} dk_z W_{lm}\delta(E_{ml}) = m/k_BT\hbar^2\, |q_z|\cdot\bar{N}_qK_{n+\alpha},\, n, \tag{18}$$

hier ist X gegeben durch

$$X = (k_BT)^{-1}\{(2n+\alpha+1)\hbar^2\beta/2m + \hbar^2q_z^2/8m + (V_\perp(n') + V_\perp(n))/2$$
$$+ (m/2q_z^2)(\omega_q + \alpha h^2\beta/m + \Delta V_\perp(n', n)/\hbar)^2 - \zeta\}.$$

Mit der Abkürzung $\Lambda = D^2m^3/16\pi^3n_e^2e^2\hbar^4\delta c_l^4$ wird dann

$$\rho_l(\vec{B}, T) = \frac{\Lambda\hbar^2\beta}{mk_BT}\sum_n^{\tilde{N}-1}\sum_\alpha^{\tilde{\alpha}}\frac{n!}{(n+\alpha)!}\iint_0^{(q)\max} dq_\perp dq_z\,\frac{q_\perp|q|}{|q_z|}\,\bar{N}_q(\bar{N}_q+1) \tag{19}$$
$$\cdot e^{-2u}u^\alpha(L_n^\alpha(u))^2K_{n+\alpha,n}.$$

Die Summation über die Energiequantenzahlen n und über die Bandübergänge α laufen bis zur höchsten Quantenzahl $\tilde{N}-1$, die bei gegebenem Magnetfeld besetzt ist und bis zum höchsten damit verträglichen $\tilde{\alpha}$. Im Integral benutzen wir die neue Variable $v = \lambda_T^2(\hbar\omega_q/k_BT)^2/8\beta$ mit $\lambda_T = k_BT/\hbar c_l$ und ersetzen dann die obere Grenze $\lambda_T^2(\theta_D/T)^2/8\beta$ für tiefe Temperaturen durch Unendlich. Ferner nehmen wir bei der Summation über n nur die dominanten Terme mit. Dann erhält man für die relative Änderung $(\rho_l - \rho_0)/\rho_0$ des longitudinalen Widerstandes den geschlossenen Ausdruck:

$$\frac{\rho_l(\vec{B}, T) - \rho_l(0, T)}{\rho_l(0, T)} = \frac{A_l(C_l.\,\zeta,\, T)}{F_5(\theta_D/T)}\cdot\frac{\hbar^2\beta}{m\zeta} - 1 \tag{20}$$

Hier bedeutet

$$A_l(c_l, \zeta, T) = 64(mc_l^2/2k_BT)^2(\zeta/k_BT)^2\varphi(\tilde{E}_\perp/\zeta)$$

und

$$F_5(\theta_D/T) = \int_0^{\theta_D/T}\xi^5((\mathrm{e}^\xi - 1)(1-\mathrm{e}^{-\xi}))^{-1}d\xi.$$

Dieser Ausdruck ist wiederum frei von jeglichen Hilfsparametern und hängt nur noch von physikalischen Größen, nämlich der Schallgeschwindigkeit c_l, der Fermigrenzenergie ζ des Materials, den Magnetfeldern, der maximalen kinetischen

Energie $\tilde{E}_\perp$ und der Temperatur T ab. Die relative longitudinale Widerstandsänderung ist proportional B und hängt von der Temperatur wie T^{-4} ab. Das Verhalten der relativen longitudinalen Widerstandsänderung ist ähnlich dem der transversalen. Der Temperatureffekt wird bei einem Leiter um so größer, je tiefer die Temperatur ist. Der magnetische Effekt bei der longitudinalen Widerstandsänderung ist schwächer als bei der transversalen.

6. Vergleich mit dem Experiment

Wir machen den Vergleich mit den Messungen an Cd bei der Temperatur $T=78$ °K. Die zur numerischen Berechnung nötigen Größen sind: Fermienergie $\zeta=1.2\times10^{-11}$ erg, die aus der spezifische Wärme berechnet ist [5], Schallgeschwindigkeit $c_l=3.75\times10^5$ cm sec^{-1}, die sich aus elastischen Konstanten [6] ergibt, und die Debye-Temperatur $\theta_D=147.5$ °K [7], die sich über v aus der Lindemannschen Formel oder $\theta_D=138$ °K [8] aus Messung der spezifischen Wärme bestimmen lassen. Die Werte der Bloch-Grüneisen Funktion sind $J_5(147.5/78)=2.86$ bzw $J_5(138/78)=2.40$. Der Wert des Integrals $\varphi(\tilde{E}_\perp/\zeta)$ für $\tilde{E}_\perp/\zeta=2/3$ ist $\varphi(2/3)=4$. Die numerischen Resultate zeigt Tab. 1. Die Übereinstimmung mit dem Experiment ist für starke Magnetfelder ($200\sim300$ kG) ziemlich gut. Sie wäre nicht gut für schwache Magnetfelder ($0\sim200$ kG), denn wir haben bei der Behandlung des Problems zunächst nur im Grenzfall starker Magnetfelder berücksichtigt.

Tab. 1.

B	$(\rho_l-\rho_O)/\rho_O$		theor.		$(\rho_l-\rho_O)/\rho_O$ exp.	
in KG	für $\theta_D=138$ °K		Für $\theta_D=147$ °K			
200	0.41	(0.56)	0.19	(0.31)	0.44	(0.57)
250	0.76	(0.85)	0.48	(0.56)	0.57	(0.75)
300	1.12	(1.19)	0.78	(0.84)	0.70	(0.92)

Die Zahlen in den Klammer zeigen die Daten für transversale Widerstandsänderung. Die experimentellen Daten sind aus Messungen von P. Kapitza (Proc. Roy. Soc. **A123**, 292 (1929)) entnommen.

7. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird die longitudinale magnetische Widerstandsänderung nach einer neuen Methode theoretisch behandelt und berechnet. Ausgehend vom Metallmodell der freien Elektronen wird der Einfluß der homogenen Felder in Strenge, der des periodischen Potentials nur bei Berücksichtigung der Gittersymmetrie und der Einfluß der Elektron-Phonon Wechselwirkung auf den Strom nach der linearen Response-Theorie behandelt. Es ist dabei wesentlich, daß wir die Bewegung der freien Elektronen in einem parallelen magnetischen und elektrischen Feld durch eine neue Wellenfunktion exakt beschreiben. Sie sind wegen der Beschleunigung der Elektronen im $\vec{E}$-Feld instationär. Durch Beibehalten dieser instationären Zuständen bei der Konstruktion des statistischen Operators können wir die lineare Response-Theorie bezüglich der Elektron-Phonon Wechselwirkung auf die instationären Vorgänge anwenden. Die Theorie liefert uns dann eine Relaxationszeit, die von den Magnetfeldern und den Temperaturen abhängig ist. Der Grenzübergang zu verschwindenden Magnetfeld ist explizit durchzuführen und ergibt widerum die Bloch-Grüneisen Formel für den Widerstand. Wie wir bereits im transversalen Fall festgestellt haben, kommt bei hohen Magnetfeldern die Gitterkonstante wegen deren dann geringer Bedeutung nicht vor.

Es ergibt sich für tiefe Temperatur ein Endergebnis in geschlossener Form für $(\rho_l - \rho_0)/\rho_0$. Es zeigt sich: Die relative longitudinale Widerstandsänderung ist proportional zum Betrag des Magnetfeldes und T^{-4}. Ferner zeigt sich die longitudinale Widerstandsänderung als kleiner als die transversale. Der stärkere Effekt bei der transversalen Widerstandsänderung gegenüber den longitudinalen Fall rührt daher, daß sich die Elektronen bei senkrecht gekreuzten Feldern in Richtung $\vec{E} \times \vec{B}$ und bei parallelen Feldern in Richtung $\vec{E}$ bewegen.

Der Vergleich mit bei 78 °K an Cd gemessenen Werten ist zwischen 200 ∼ 300 kG durchaus zufriedenstellend.

Der Verfasser dankt Herrn Prof. Dr. H. Hartmann für reges Interesse und Förderung dieser Arbeit. Für klärende Diskussionen dankt er Herrn Dr. M. Heise, Herrn Prof. Dr. R. Kümmel und Herrn Prof. Dr. D. Langbein. Für die Gewährung finanzieller Hilfe dankt er der Deutschen Forschungsgemeinschaft.

References

1. Chung, K.M., Mrowka, B.: Z. Physik **259**, 157 (1973)
2. Kubo, R.: J. Phys. Soc. Japan **12**, 570 (1957)
3. Zubarev, D.N.: Usp Fiz Nauk **71**, 71 (1960) (Übersetzung: Soviet Physics Uspekhi 3, 320)
4. Grüneisen, E.: Ann. Physik **5**, 530 (1933)
5. Smith, Wolcott: Phil. Mag. 8, **1**, 854 (1956)
6. Grüneisen, E., Goens, E.: Z. Physik **24**, 509 (1923); 24, 245 (1924)
7. Egerton, A.C.: Phil Mag. **6**, 39, 12 (1920)
8. Egerton, A.C.: Phil. Mag. **6**, 39, 13 (1920)

Dr. Kyu-Myung Chung
Institut für Physikalische
Chemie der Universität
D-6000 Frankfurt am Main
Robert-Mayer Str. 11
Bundesrepublik Deutschland